

Bilanciamento della produzione

Il modello di bilanciamento della produzione è un problema di distribuzione della forza produttiva tra i prodotti, con lo scopo di determinare il livello di produzione di ogni singolo prodotto per soddisfare una data domanda. Il nostro è un modello di produzione con tre prodotti che verranno chiamati A1, A2 e A3.

Il prezzo di vendita di ogni prodotto è fissato: Euro 120.00 per A1, Euro 100.00 per A2 e Euro 115.00 per A3. Per ogni prodotto, esiste anche un limite massimo di domanda: 4300 per A1, 4500 per A2 e 5400 per A3.

La quota di produzione di un prodotto è misurata in quanti pezzi vengono prodotti ogni giorno. In questo problema abbiamo un totale di 22 giorni di produzione disponibili in un mese. Nella tabella seguente sono indicati la quota e il costo di produzione di ogni prodotto.

Produzione	A1	A2	A3
Costo di Produzione	Euro 73.30	Euro 52.90	Euro 65.40
Quota di Produzione	500	450	550

Un problema della dieta

Una mensa deve pianificare gli acquisti di alimenti per la sua attività. Nella formulazione della dieta deve obbedire a requisiti nutrizionali minimi, nonché vincolare le porzioni massime di ogni elemento entro certi limiti. Conoscendo i costi unitari dei vari alimenti, trovare la dieta ottima che minimizzi il costo complessivo rispettando i vincoli imposti.

Alimento	Costo unitario	Quantità massima
Pane	2	4
Latte	3	8
Uova	4	3
Carne	19	2
Dolce	20	2

Requisiti nutrizionali minimi

Nutrimento	requisito
Calorie	200 cal
Proteine	50g
Calcio	700 mg

Dalle tabelle dietetiche si ricavano i seguenti contenuti di calorie, proteine e calcio per ogni singola porzione di ciascun alimento.

	Calorie	Proteine	Calcio
Pane	110	4	2
Latte	160	8	285
Uova	180	13	54
Carne	260	14	80
Dolce	420	4	22

Le variabili di questo problema sono le quantità x_i di ogni alimento da inserire nella dieta.

La funzione obiettivo da minimizzare è il costo complessivo:

$$\sum_i \text{costo}_i * x_i$$

Un primo vincolo è quello dell'apporto nutrizionale:

$$\sum_{i \in \text{alimenti}} \text{apporto}_{ij} x_i \geq \text{richieste}_j \quad \forall j \in \text{nutrimenti}$$

Esiste poi un limite massimo alle quantità dei singoli alimenti.

$$x_i \leq \text{maxPorz}_i \quad \forall i \in \text{alimenti}$$

Questo limite può essere imposto introducendo dei nuovi vincoli oppure, in modo più efficiente, utilizzando degli upper bound.

Un problema di assegnamento

Un'azienda deve eseguire N lavori diversi avendo a disposizione N persone. Ognuna impiega un determinato tempo a svolgere un certo incarico secondo la tabella riportata sotto. Sapendo che la ditta paga i suoi dipendenti ad un determinato prezzo orario, come devono essere assegnati gli incarichi alle diverse persone per minimizzare il costo complessivo?

Lavoro	Bianchi	Verdi	Rossi	Ferrari
lavoro A	12	15	9	5
lavoro B	13	16	11	6
lavoro C	6	8	5	3
lavoro D	5	7	4	3

Poichè il costo è direttamente proporzionale al tempo impiegato, è sufficiente minimizzare il tempo totale.

Introduciamo le variabili binarie x_{ij} con il seguente significato:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se il lavoro } i\text{-esimo viene assegnato alla } j\text{-esima persona} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

La funzione da minimizzare sarà quindi:

$$\sum_{i,j} t_{ij} x_{ij}$$

soggetta ai vincoli che ogni persona può svolgere esattamente un lavoro:

$$\sum_i x_{ij} = 1 \quad j = 1..N$$

e che ogni lavoro può essere assegnato solamente ad una persona:

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad i = 1..N$$

Un problema di investimento

Supponiamo di dover investire 1000 Euro sul mercato finanziario. Supponiamo che il mercato offra tre tipi diversi di prodotti **A**, **B**, **C** ciascuno caratterizzato da un prezzo di acquisto e da un rendimento netto che sono riassunti nella seguente tabella:

	A	B	C
costo	750	200	800
rendimento	20	5	10

Si vuol decidere quali prodotti acquistare per massimizzare il rendimento.

Un problema di dimensioni

Un'industria deve costruire un silos di forma cilindrica per contenere grandi quantitativi di un liquido che verrà poi distribuito in piccole confezioni pronte per la vendita al minuto. Tale silos deve essere posto in un magazzino appoggiato su una delle basi. Tale magazzino è a pianta rettangolare di dimensioni metri 20×10 ed ha un tetto spiovente che ha altezza massima di metri 5 e altezza minima di metri 3. Per costruire questo silos deve essere usato del materiale plastico sottile flessibile che può essere tagliato, modellato e incollato saldamente. Sapendo che si dispone di non più di 200 m^2 di tale materiale plastico si costruisca un modello che permetta di determinare le dimensioni del silos (raggio di base ed altezza) in modo da massimizzare la quantità di liquido che può esservi contenuto.